

# 我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

### 导航

- 博客园
- 首页
- 新随笔
- 联系
- 订阅
- 管理

2022年3月						
日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

### 公告

你的支持是我的动力  
 欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称: 我是8位的  
 园龄: 4年7个月  
 粉丝: 288  
 关注: 5  
 +加关注

**盖楼抽奖**  
 #她的梦想在发光#  
**HWD科技女性故事有奖征集**  
 分享最打动的科技女性故事  
 活动时间: 2022年3月8日-3月18日  
 马上参与

### 搜索

### 常用链接

- 我的随笔
- 我的评论
- 我的参与
- 最新评论
- 我的标签

### 积分与排名

积分 - 457097  
 排名 - 1198

## 单变量微积分笔记21——三角替换2 (tan和sec)

### tan和sec常用公式

我一直认为三角函数中只有sin和cos是友好的，其它都是变态。现在不得不接触一些变态：

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}, \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \text{ctg}\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

这些变态的相关等式：

$$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$$

$$\tan'\theta = \sec^2\theta$$

$$\sec'\theta = \sec\theta\tan\theta$$

$$d\tan\theta = \sec^2\theta d\theta$$

$$d\sec\theta = \sec\theta\tan\theta d\theta$$

$$\int \tan\theta d\theta = -\ln(\cos\theta) + C$$

$$\int \sec\theta d\theta = \ln(\sec\theta + \tan\theta) + C$$

### 等式的证明

## 随笔分类 (211)

★★资源下载★★(1)  
Java并发编程(1)  
程序员的数学(24)  
单变量微积分(31)  
多变量微积分(24)  
概率(24)  
机器学习(27)  
软件设计(1)  
数据分析(6)  
数据结构与算法(27)  
随笔(5)  
线性代数(34)  
项目管理(2)  
转载(4)

## 随笔档案 (205)

2021年2月(1)  
2020年3月(2)  
2020年2月(6)  
2020年1月(4)  
2019年12月(7)  
2019年11月(15)  
2019年9月(3)  
2019年8月(6)  
2019年7月(1)  
2019年6月(8)  
2019年5月(3)  
2019年4月(5)  
2019年3月(7)  
2019年2月(3)  
2019年1月(7)  
更多

## 阅读排行榜

1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

## 评论排行榜

1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

## 推荐排行榜

1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

## 最新评论

1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)  
如果点积小于0, 即夹角小于90°, 这个写错了吧。应该是夹角大于90°  
--猫猫猫猫大人

$$\sec^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\tan' \theta = \left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)' = \frac{\sin' \theta \cos \theta - \sin \theta \cos' \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= 1 + \tan^2 \theta$$

$$= \sec^2 \theta$$

$$\sec' \theta = \left( \frac{1}{\cos \theta} \right)' = \frac{0 - \cos' \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \tan \theta = \sec \theta \tan \theta$$

$$\int \tan \theta d\theta = \int \frac{\sin \theta}{\cos \theta} d\theta = \int \frac{-d\cos \theta}{\cos \theta} = -\ln(\cos \theta) + C$$

$$\int \sec \theta d\theta = ?$$

这个稍有点麻烦, 先要做一些前置工作。

$$\begin{aligned} \frac{d(\sec \theta + \tan \theta)}{d\theta} &= \frac{d\sec \theta}{d\theta} + \frac{d\tan \theta}{d\theta} \\ &= \sec \theta \tan \theta + \sec^2 \theta \\ &= \sec \theta (\tan \theta + \sec \theta) \end{aligned}$$

$$u = \tan \theta + \sec \theta$$

$$u' = \tan' \theta + \sec' \theta$$

$$= \sec^2 \theta + \sec \theta \tan \theta$$

$$= \sec \theta (\tan \theta + \sec \theta)$$

$$= u \sec \theta$$

$$\therefore \sec \theta = \frac{u'}{u} = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{d\theta} = \frac{d\ln(u)}{du} \cdot \frac{du}{d\theta} = \frac{d\ln(u)}{d\theta}$$

$$\frac{d\ln(u)}{d\theta} = \frac{d\ln(u)}{du} \cdot \frac{du}{d\theta} = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{d\theta} = \frac{u'}{u}$$

$$\therefore \sec \theta = \frac{d\ln(u)}{d\theta}, \sec \theta d\theta = d\ln(u)$$

$$\int \sec \theta d\theta = \int d\ln(u) = \ln(u) + C = \ln(\tan \theta + \sec \theta) + C$$

## 三角替换

## 示例1

$$\int \sec^4 x dx = ?$$

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos)

很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)

有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中

$v = \{2gh\}^{1/2}$  与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU

$$\int \sec^4 x dx = \int (1 + \tan^2 x) \sec^2 x dx$$

$$u = \tan x, \quad du = \sec^2 x dx$$

$$\int (1 + \tan^2 x) \sec^2 x dx = \int (1 + u^2) du$$

$$= u + \frac{u^3}{3} + C$$

$$= \tan x + \frac{\tan^3 x}{3} + C$$

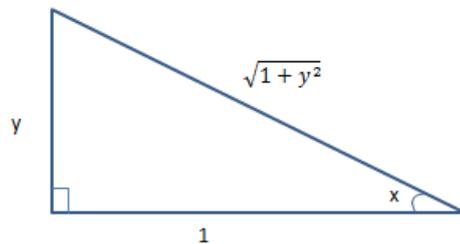
## 示例2

$$\int \tan^4 x dx = ?$$

解法1:

$$\begin{aligned} \int \tan^4 x dx &= \int \tan^2 x (\sec^2 x - 1) dx \\ &= \int \tan^2 x \sec^2 x dx - \int \tan^2 x dx \\ &= \int \tan^2 x d \tan x - \int (\sec^2 x - 1) dx \\ &= \int \tan^2 x d \tan x - \int \sec^2 x dx + \int dx \\ &= \frac{\tan^3 x}{3} - \tan x + x + C \end{aligned}$$

解法2:



如上图所示, 令  $y = \tan x$ ,  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos^2 y} = 1 + y^2 \Rightarrow dx = \frac{dy}{1 + y^2}$

$$\begin{aligned} \int \tan^4 x dx &= \int \frac{y^4}{1 + y^2} dy \\ &= \int \left( y^2 - 1 + \frac{1}{1 + y^2} \right) dy \\ &= \int y^2 dy - \int dy + \int \frac{dy}{1 + y^2} \\ &= \frac{y^3}{3} - y + dx + C \\ &= \frac{\tan^3 x}{3} - \tan x + x + C \end{aligned}$$

### 示例3

$$\int \sin x \sec^3 x dx = ?$$

$$\int \sin x \sec^3 x dx = \int \tan x \sec^2 x dx = \int \tan x d \tan x = \frac{\tan^2 x}{2} + C$$

出处: 微信公众号 "我是8位的"

本文以学习、研究和分享为主, 如需转载, 请联系本人, 标明作者和出处, 非商业用途!

扫描二维码关注作者公众号 "我是8位的"



随笔

分类: [单变量微积分](#)

标签: [tan](#), [sec](#), [三角函数的积分](#)

好文要顶

关注我

收藏该文



我是8位的

关注 - 5

粉丝 - 288

[+加关注](#)

0

[推荐](#)

0

[反对](#)

« 上一篇: [单变量微积分笔记20——三角替换1 \(sin和cos\)](#)

» 下一篇: [单变量微积分笔记22——三角替换3 \(反向替换和配方\)](#)

posted on 2017-11-16 23:00 [我是8位的](#) 阅读(2617) 评论(0) [编辑](#) [收藏](#) [举报](#)

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) 博客园首页

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集, 分享最打动你的科技女性故事

【推荐】华为开发者专区, 与开发者一起构建万物互联的智能世界

**编辑推荐:**

- 革命性创新, 动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇



**最新新闻:**

- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
  - 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
  - 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型
  - Android 再推“杀手级”功能, 可回收 60% 存储空间
  - 溺在理财暴雷潮的投资人: 本金63万, 月兑25元不够卖菜
- » [更多新闻...](#)

Powered by:

博客园

Copyright © 2022 我是8位的  
Powered by .NET 6 on Kubernetes